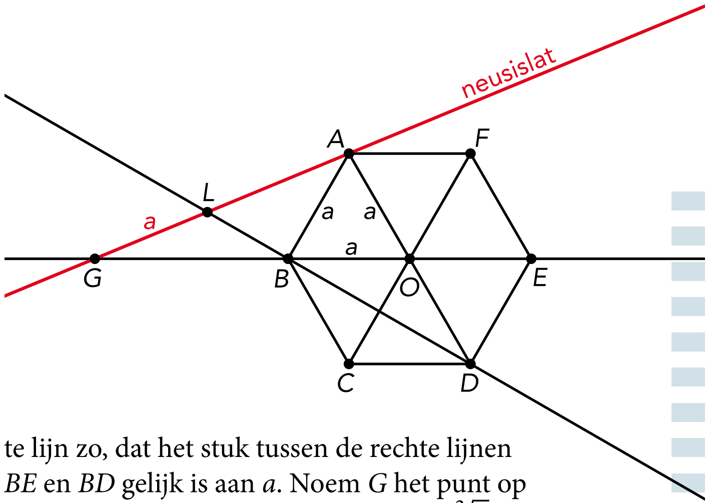
NEUSISCONSTRUCTIES

■ door Jeanine Daems



Het woord 'neusislat' in het nieuwe Zebraboekje *Met passer, liniaal en neusislat*, geschreven door Ad Meskens en Paul Tytgat, is waarschijnlijk nieuw voor je. Een neusislat is een soort liniaal, waarbij slechts één gegeven afstand afgepast is (meestal vanaf een uiteinde).

Voor de oude Grieken was zo'n neusislat eigenlijk verboden. Alleen passer en latje werden toegestaan voor meetkundige constructies. Een latje is een liniaal, maar dan zonder schaalverdeling: er mocht niet gemeten worden. De neusis meet natuurlijk in feite wel, dus die voldoet niet aan deze strenge eis. De oude Grieken zelf gebruikten ook wel eens minder strenge eisen. Archimedes bijvoorbeeld maakte wel neusisconstructies, en soms werden ook kegelsneden (parabolen, hyperbolen en ellipsen) toegestaan naast de cirkels en rechte lijnen uit de allerstrengste eis.

Archimedes loste met de neusislat het beroemde probleem van de driedeling van de hoek op. In het artikel 'Delen met Archimedes en Hisashi Abe' op pagina 12 kun je lezen hoe die constructie werkt. In het Zebraboekje kun je ook nog een paar andere neusisconstructies voor ditzelfde probleem vinden.

KUBUS VERDUBBELEN De driedeling van de hoek is een van de drie beroemde Griekse constructieproblemen. De andere twee zijn de verdubbeling van de kubus en de kwadratuur van de cirkel. De kwadratuur van de cirkel komt in het boekje niet voor, maar de verdubbeling van de kubus wel. De vraag hierbij is: gegeven de ribbe van een kubus, kun je dan de lengte van een ribbe construeren van een kubus waarvan de inhoud precies twee keer zo groot is?

Dat komt natuurlijk neer op de vraag: als een lijnstuk van lengte a gegeven is, kun je dan een lijnstuk van lengte $\sqrt[3]{2}a$ construeren? Ook voor dit probleem is het antwoord: met passer en latje alleen kan dat niet, maar met een neusislat wel. In het boekje zijn verschillende oplossingen te vinden. De constructie die ik het leukste vind, werkt als volgt.

Teken een regelmatige zeshoek $ABCDEF$ met zijde a (zie bovenstaande figuur). Teken de rechte lijnen BE en BD. Teken een rechte lijn door A en pas op deze lijn een lijnstuk met lengte a af. Zoek door draaien en verschuiven de positie van de rechte lijn zo, dat het stuk tussen de rechte lijnen BE en BD gelijk is aan a. Noem G het punt op BE waarvoor dit zo is; dan is $AG = a + \sqrt[3]{2}a$.

Opgave. Het bewijs dat lijnstuk AL in deze constructie inderdaad lengte $\sqrt[3]{2}a$ heeft, wordt in het boekje niet gegeven, maar is wel een leuke opgave om zelf over na te denken. Hints: neem voor het gemak aan dat $a = 1$, definieer $x = AL$ en $y = GB$, gebruik de sinusregel en de stelling van Pythagoras. (De oplossing staat op de volgende pagina.)

CONSTRUCTIES MET GEOGEBRA Naast deze neusisconstructies is ook het construeren van conchoïdes met GeoGebra een leuk onderdeel van het boek. Voor de constructies van krommen met GeoGebra leer je verder nog snel hoe poolcoördinaten werken, er wordt wat ingegaan op de geschiedenis, er is een hoofdstuk over construeerbare getallen, enzovoorts. In de afsluitende opdracht onderzoek je waarom de regelmatige zevenhoek niet construeerbaar is, maar die blijkt wederom wel met een neusisconstructie getekend te kunnen worden. Het boekje bestaat, kortom, uit een aantal interessante, maar redelijk losstaande onderwerpen, waarbij het soms wel lastig is de grote lijn te blijven herkennen.

Als je op zoek bent naar een onderwerp voor een profielwerkstuk en meetkundige constructies interessant vindt, geeft dit boekje zeker een boel inspiratie. Wat betreft de voorkennis: de auteurs gaan ervan uit dat je met coördinaten kunt rekenen, begrijpt hoe parameterkrommen werken en al eens met meetkundige bewijzen bent bezig geweest. ■

Ad Meskens en Paul Tytgat, *Met passer, liniaal en neusislat*, Zebra-reeks deel 41, Epsilon Uitgaven, 2015. 68 pagina's, € 10.