Voordat de zakrekenmachines hun intrede hadden gedaan in het middelbaar onderwijs, hadden leerlingen een rekenliniaal. Misschien pronkt er in het lokaal waar jij wiskunde hebt, ook nog wel een groot model. In dit artikel leggen we uit hoe een rekenliniaal werkt. En je kunt er ook zelf één maken!

■ door Jeanine Daems

HOE WERKT DE REKENLINIAAL?

Hoe gewoon hij nu ook is, de zakrekenmachine is pas sinds de jaren tachtig van de vorige eeuw overal in gebruik. Daarvoor rekende men met tabellenboeken of de rekenliniaal. Soms kom je rekenlinialen nog wel eens tegen op de rommelmarkt, en inmiddels zijn er ook online allerlei apps en beweegbare versies te vinden (zie bijvoorbeeld http://goo.gl/KtDA – houd deze app bij de hand!).

Maar als je dan zo'n rekenliniaal op de kop hebt getikt of als hij op je scherm staat, wat kun je er dan mee? Wat betekenen al die cijfertjes op verschillende afstanden van elkaar? En waarvoor is het schuifbare stuk? Dat gaan we in dit artikel (voor een deel) bekijken.

NIET LINEAIR Opvallend genoeg is de rekenliniaal niet zo geschikt voor het optellen en aftrekken van getallen, maar juist meer voor de wat ingewikkeldere berekeningen als vermenigvuldigen, delen, worteltrekken, kwadrateren en derdemachten berekenen. Dat komt doordat de schaalverdeling niet lineair is: bij de meeste schalen op de rekenliniaal is de afstand tussen 1 en 2 anders dan de afstand tussen 2 en 3.

Als we twee schalen die wél lineair zijn naast elkaar zouden leggen (zie figuur 2), zouden juist optellen en aftrekken eenvoudig worden. Als je bijvoorbeeld 3 + 9 wilt uitrekenen, leg je de 0 van de ene lineaire schaal boven de 3 van de andere, en je kijkt wat er op de onderste staat als je bij de bovenste een 9 hebt. Maar optellen en aftrekken zijn redelijk simpel met de hand uit te voeren, dus daarvoor was de behoefte aan hulpmiddelen niet zo groot.

VERMENIGVULDIGEN EN DELEN Voor vermenigvuldigen en delen gebruiken we de schalen C en D (zie figuur 1). Let goed op: bij schaal C, bijvoorbeeld, zie je eerst een 1 en daarna iets kleiner de cijfers 1 tot en met 9 staan, daarna komt de 2.

Dat betekent dat die kleinere cijfers de tienden betekenen, dus je ziet in feite de getallen 1, 1,1, 1,2, 1,3, enzovoort aangegeven. Na de 2 staan de tienden er niet meer bijgeschreven, maar de streepjes (en onderverdelingen daarvan) zie je nog wel.

Eerst bekijken we een voorbeeld: we willen 1,234 × 2,4 uitrekenen. Dan leggen we de 1 van schaal C zo precies mogelijk op de 1,234 van schaal D. Dan ga je op schaal C naar het getal 2,4 toe, en je leest af wat er precies daaronder op schaal D staat. Probeer het maar eens. Als het goed is, kom je in de buurt van 2,96 uit.

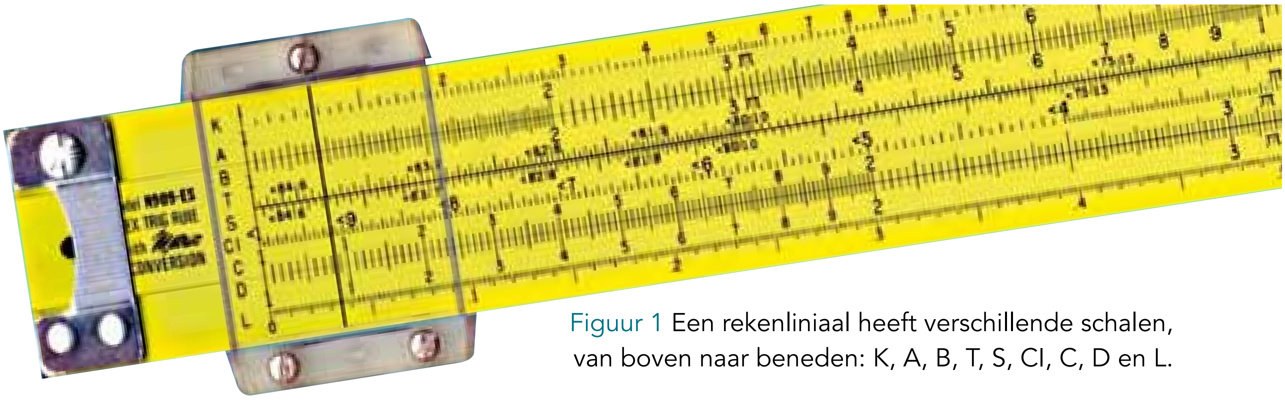
Opgave 1.

a. Probeer met de rekenliniaal 3,41 × 1,23 en 15,6 × 18,3 uit te rekenen. Controleer je antwoord met een rekenmachine. [De getallen 15,6 en 18,3 staan niet op de rekenliniaal; hoe zou je dat kunnen oplossen?]

b. Waarom is het voldoende om de getallen van 1 tot en met 10 op de rekenliniaal te zetten?

Opgave 2. Nu je snapt hoe je kunt vermenigvuldigen op de rekenliniaal, kun je dan zelf bedenken hoe delen werkt? Probeer je methode uit met de volgende deling: 7,2 : 1,23.

LOGARITMISCHE SCHAAL Het is wel een soort van wonder dat de uitkomsten zo goed kloppen. Dat heeft natuurlijk te maken met hoe de schaalverdeling gemaakt is. Blijkbaar komt 'erbij doen' van een stukje lengte op de rekenliniaal neer op verme-



Figuur 1 Een rekenliniaal heeft verschillende schalen, van boven naar beneden: K, A, B, T, S, CI, C, D en L.

nigvuldigen van de getallen. De schalen C en D zijn zogeheten logaritmische schalen. Dat kun je zien aan schaal L, die onder D zit. Schaal L is wel een lineaire schaal: we zien de getallen 0, 0,1, 0,2, 0,3 enz. staan, en tussen 0,1 en 0,2 is de afstand even groot als tussen bijvoorbeeld 0,4 en 0,5. De getallen op de schalen C en D zijn zó gemaakt, dat precies boven het getal l op schaal L het getal 10^l op schaal C staat. Het is eenvoudig te zien dat dat klopt bij $10^0 = 1$ en bij $10^1 = 10$, maar ook voor de andere getallen klopt het precies (dat kun je bijvoorbeeld controleren met je rekenmachine: boven de 0,3 staat $10^{0,3} \approx 1{,}995$, dus net een klein beetje links van 2).

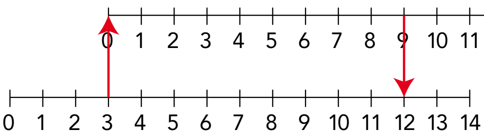
Wat gebeurt er nu als we getallen gaan vermenigvuldigen met de schalen C en D? In ons voorbeeld $1{,}234 \times 2{,}4$ legden we de 1 van schaal C op de 1,234 van schaal D. Die 1,234 van schaal D correspondeert op schaal L met 0,0913… De 2,4 op schaal C correspondeert op schaal L met 0,380… Als we dus op schaal C en D 2,4 verder kijken dan 1,234, betekent dat dat we op schaal L de getallen 0,0913… en 0,380… optellen, en dan komt er 0,4713 uit. En $10^{0,4713} \approx 2{,}960$, wat maar een klein beetje scheelt met $1{,}234 \times 2{,}4 = 2{,}9616$ (en misschien hadden we nog wel wat preciezer kunnen aflezen).

Maar waaróm klopt dat? Wat we in feite gedaan hebben, is de volgende berekening:

$$1{,}234 \times 2{,}4 = 10^{0,0913\ldots} \times 10^{0,380\ldots} = 10^{0,0913\ldots\, +\, 0,380\ldots} \approx 10^{0,4713} \approx 2{,}960,$$

waarbij de tweede stap mag vanwege de rekenregels voor machten. Oftewel: wat op de lineaire schaal optellen was, is op de logaritmische schaal vermenigvuldigen geworden!

LOGARITMEN Zojuist wilden we van het getal 2,4 op schaal D weten welk getal op schaal L ermee correspondeert. We hebben het afgelezen en we zagen dat dat ongeveer 0,380 was. Dit getal noemen



Figuur 2 Twee lineaire schalen

we de *logaritme* van 2,4, genoteerd als log 2,4. Je lost dan eigenlijk de vergelijking $10^x = 2{,}4$ op. Uit wat we net gezien hebben, bleek dat $\log(1{,}234 \times 2{,}4) = \log 1{,}234 + \log 2{,}4$, en dat is een rekenregel die voor logaritmen in het algemeen geldt:

$$\log(ab) = \log a + \log b,$$

en op dezelfde manier geldt:

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b.$$

(Deze rekenregels volgen direct uit de rekenregels $10^n \cdot 10^m = 10^{n+m}$ en $10^n : 10^m = 10^{n-m}$, zoals we hierboven ook al zagen.) Dit is de crux van het gebruik van de logaritmische schaal als rekenhulpmiddel: vermenigvuldigen wordt omgezet in optellen, en delen in aftrekken.

WORTELTREKKEN De getallen op schaal A zijn het kwadraat van de getallen op schaal D, en die op schaal B zijn het kwadraat van die op schaal C (de schalen C en D zijn natuurlijk hetzelfde, maar ze liggen niet meer goed als het middenstuk van de rekenliniaal verschoven is). Ga maar na: bij de 4 op schaal A hoort de 2 op schaal D, bij de 9 op schaal A hoort de 3 op schaal D, enzovoorts.

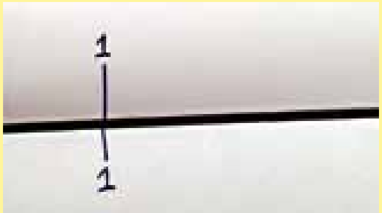
Opgave 3.
a. Lees de volgende getallen zo precies mogelijk af op de rekenliniaal: $\sqrt{2}$, $\sqrt{68}$ en $8{,}4^2$.
b. Op de rekenliniaal staan de kwadraten van 1 tot en met 100. Hoe kun je toch op de rekenliniaal $\sqrt{0{,}123}$ aflezen? Of $\sqrt{1729}$?

DERDEMACHTEN Schaal K, helemaal bovenaan, bevat de derdemachten van de getallen op schaal D.

Opgave 4.
a. Controleer zelf dat dat zo is door de derdemachten van 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9 uit te rekenen en af te lezen op schaal K.
b. Wat is de derdemachtswortel van 2?

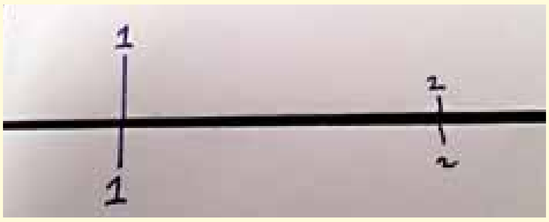
DE OVERIGE SCHALEN Schaal CI is eigenlijk dezelfde als schaal C, alleen dan andersom. Die is vooral nuttig om bij bepaalde berekeningen wat minder te hoeven schuiven. De schalen T en S hebben met hoeken te maken. Schaal T hoort bij de tangens. Als je bij schaal T bij 40 kijkt, kun je op schaal D de tangens van 40° aflezen. Je moet hierbij opletten dat je de getallen op schaal D moet interpreteren als getallen tussen 0,1 en 1: we lezen ongeveer 8,4 af, maar dat betekent dan dat tan 40° ≈ 0,84. Hetzelfde geldt op schaal S die over de sinus gaat: als je op schaal S bij 30 kijkt, zie je op schaal D ongeveer 8,66 staan, wat wil zeggen dat sin 30° ≈ 0,866. ■

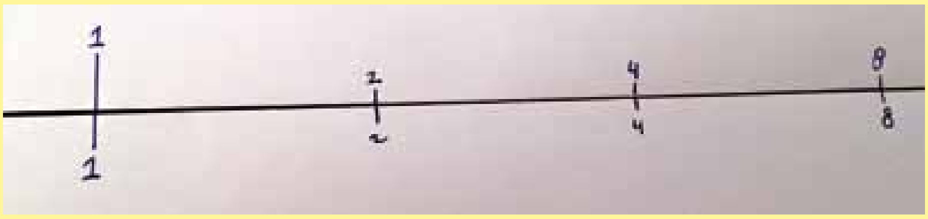
MAAK ZELF EEN REKENLINIAAL



1 Je kan zelf een rekenliniaal maken van twee A4-tjes. Vouw ze allebei dubbel in de lengte. Leg ze met de vouw tegen elkaar aan en zet links op de vouw van beide papieren een 1.

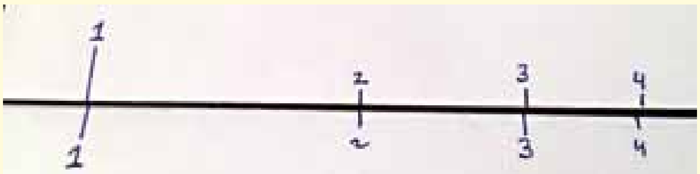
2 We maken gebruik van het feit dat $10^{0,301} \approx 2$. Zet op 3 cm rechts van de 1 een 2. (Je kunt ook een veelvoud van 3 cm nemen, dan wordt de rekenliniaal preciezer.)

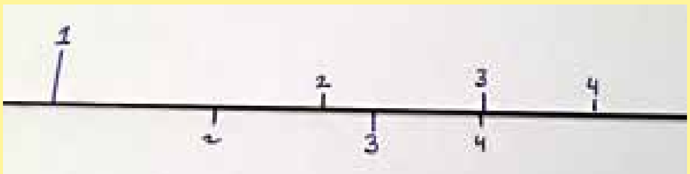




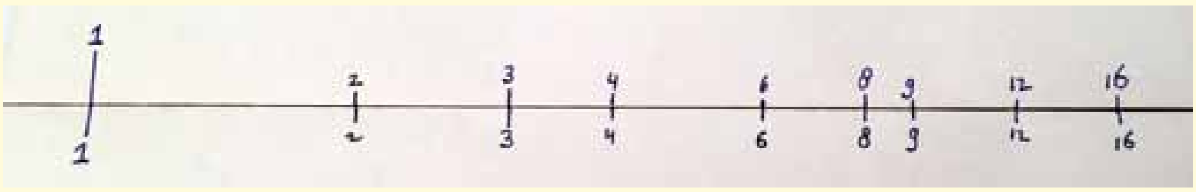
3 Door dezelfde afstand af te passen, kun je vervolgens de 4, de 8 en eventueel ook 16 op de liniaal zetten.

4 Nu hebben we nog een ander getal nodig op de liniaal. Gebruik vervolgens dat $10^{0,477} \approx 3$. Zet dus op 4,8 cm (of hetzelfde veelvoud hiervan) een 3 op de liniaal.





5 Vraag: als je de 3 boven de 4 zet, welk getal komt er dan onder de 2?



6 Nu kunnen we heel wat meer getallen op de liniaal zetten. Door de rekenliniaal te verschuiven, kunnen we allerlei decimale getallen toevoegen. Je kan er ook voor kiezen nu de 5 en de 7 nog toe te voegen. Je krijgt je eigen rekenliniaal.